**امتحان میانترم درس ساختمان‌های گسسته**

**(وقت سه ساعت)**

نام:

شماره دانشجویی:

لطفاً توجه فرمایید: در مورد تمامی سوال‌ها، به پاسخ بدون راه حل نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت.

1. برقراری یا عدم برقراری هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید. (2 نمره)

الف)

ب)

1. بدون استفاده از جدول ارزش، معادل گزاره‌ی زیر را در قالب PDNF و PCNF بنویسید. سپس جدول ارزش آن را بنویسید. (2 نمره)
2. الف) به شیوه‌ی عکس نقیض نشان دهید که آیا استلزام زیر برقرار است یا نه؟ (1 نمره)

|  |
| --- |
|  |
|  |

ب) با قوانین استلزام نشان دهید که آیا استلزام زیر برقرار است یا نه؟ (1 نمره)

|  |
| --- |
|  |
|  |

ج) معادل گزاره‌ای هر دو استلزام بالا را بنویسید. (5/0 نمره)

1. فرض کنید گزاره‌ی باز » x عددی فرد است« را با P(x) و گزاره‌ی » x مربع کامل است« را با Q(x) نمایش ‌دهیم. (5/1 نمره)

الف) معادل فارسی گزاره‌ی مسور زیر را بنویسید.

ب) نقیض گزاره‌ی مسور فوق را بنویسید.

ج) با استفاده از P(x) و Q(x) و سورها گزاره‌ی معادل عبارت زیر را بنویسید:

عدد مثبت زوجی وجود دارد که مربع کامل باشد.

1. فرض کنید شش جعبه با شماره‌های 1 تا 6 موجود است که دقیقاً در یکی از آن‌ها گنج و دقیقاً در یکی از آن‌ها یک مار نهفته است. سه نگهبان برای جعبه‌ها وجود دارد که هر کدام یک راهنمایی می‌کنند:

نگهبان اول: اگر گنج در جعبه‌ی شماره‌ی 6 باشد، مار در جعبه‌ی شماره‌ی 4 است.

نگهبان دوم: گنج در جعبه‌ای با شماره‌ی زوج است.

نگهبان سوم: مار در جعبه‌ای با شماره‌ی 3 یا کوچک‌تر است.

به سوالات زیر پاسخ دهید. روش مصاحبه‌ی هر پاسخ را با قوانین استلزام و گزاره‌ها بنویسید و هم به فارسی توضیح دهید.

الف) اگر کسی با اعتماد به راهنمایی این سه نفر عمل کند، منطقاً کدام جعبه را به عنوان گنج انتخاب می‌کند؟ (1 نمره)

ب) اگر فرد مزبور توسط مار گزیده شود و دقیقاً یک راهنما دروغگو باشد، گنج در کدام جعبه است؟ (5/0 نمره)

ج) اگر فرد مزبور توسط مار گزیده شود و دو یا سه راهنما دروغگو باشد، گنج در کدام جعبه است؟ (5/0 نمره)

1. به تمام سوالات زیر با راه حل پاسخ دهید: (5/1 نمره)

الف) تعداد اعداد زوج سه‌رقمی که فاقد ارقام تکراری هستند چندتاست؟

ب) تعداد اعداد زوج چهار‌رقمی که فاقد دو رقم 3 در کنار هم هستند، چند تاست؟ (تکرار مجاز)

ج) تعداد اعداد زوج چهار‌رقمی که فاقد ارقام تکراری مجاور هستند چندتاست؟ (تکرار در مورد سایر ارقام بلامانع است؛ مثلاً 9664 مجاز نیست چون دو رقم مجاور یکسان (6) وجود دارند اما 6964 مجاز است.)

1. ده نفر شامل یک جفت دوقلوی غیر قابل تمایز، دور یک میز نشسته‌اند. (5/1 نمره)

الف) این ده نفر به چند طریق می‌توانند کنار یکدیگر بنشینند؟

ب) این ده نفر به چند طریق می‌توانند کنار یکدیگر بنشینند به نحوی که دو قل کنار هم نباشند؟

1. الف) با 10 نقطه روی دایره چند چهارضلعی می‌توان ساخت؟ (5/0 نمره)

ب) با نقاط روی دایره‌ی زیر چند چهارضلعی می‌توان ساخت که AB ضلعی از آن باشد؟ (5/0 نمره)

1. الف) به چند طریق می‌توان 4 گلابی و 6 سیب را بین 4 نفر تقسیم کرد؟ (1 نمره)

ب) به چند طریق می‌توان 4 گلابی و 6 سیب را بین 4 نفر تقسیم کرد به نحوی که به هر نفر دست کم یک سیب برسد؟ (5/0 نمره)